基于 JASMIN 的并行 CP-FDTD 建模 与屏蔽效能评估应用^{*}

李俊辛1, 刘 强2, 闫丽萍1, 赵 翔1, 孟雪松2, 周海京2

(1. 四川大学 电子信息学院,成都 610065; 2. 北京应用物理与计算数学研究所,北京 100088)

摘 要: 时域有限差分(FDTD)中采用环路法(CP)进行复杂金属细缝结构建模,可突破细缝结构对空间 步长的约束而大大减少计算资源的消耗。提出 CP-FDTD 在大规模并行化平台的建模方法,通过对工程金属 细缝结构自动建模以及对 CP 算法的自动适配,实现 CP-FDTD 的并行化处理。利用所开发的并行 CP-FDTD 算法分析了开不同工程细缝金属腔在 0.05~3.00 GHz 内的电磁屏蔽效能,结果表明所开发的具有金属细缝 建模功能的并行化 CP-FDTD 自动适配处理技术,与加密网格的传统 FDTD(fine-FDTD)计算结果吻合良好, 且计算效率显著提升。

关键词: 并行化; 细缝; 环路法; 时域有限差分法; 屏蔽效能 中图分类号: O441.4 **文献标志码:** A **doi**:10.11884/HPLPB201931.190026

JASMIN-based parallel CP-FDTD modeling and application to shielding effectiveness prediction

Li Junxin¹, Liu Qiang², Yan Liping¹, Zhao Xiang¹, Meng Xuesong², Zhou Haijing²
(1. Department of Electronic and Information Engineering, Sichuan University, Chengdu 610065, China;
2. Institute of Applied Physics and Computational Mathematics, Beijing 100088, China)

Abstract: The contour path (CP) based modeling of thin slots in finite-difference time-domain (FDTD) simulation of complex structures breaks the constraint that the mesh size should be less than the smallest dimension of thin slots to get more accurate results, and therefore greatly reduce the consumption of computing resources. A large-scale parallelization platform JASMIN based modeling method of CP-FDTD is proposed in this paper. The thin slots can be automatically modeled and adaptively allocated in the proposed parallelized CP-FDTD algorithm. The electromagnetic shielding effectiveness (SE) of the metal cavity with different thin slots commonly used in industry is analyzed at the frequency range of 0.05 GHz to 3.00 GHz using the proposed parallel CP-FDTD algorithm. Results show that the SEs predicted using the developed parallel CP-FDTD are in good agreement with those obtained using finely meshed FDTD (fine-FDTD). Moreover, the computational efficiency is significantly improved.

Key words: parallelization; thin slot; contour path; finite-difference time-domain; shielding effectiveness

PACS: 02.60.Cb; 02.70.Bf; 41.20.Jb

传统 FDTD 用于含金属细缝结构建模计算时,为保证计算精度常常将 Yee 氏网格尺寸减小为细缝最小尺寸的一半。空间步长的缩减,一方面会增加计算机处理模型时的系统开销,另一方面时间步长受 CFL 稳定性条件^[1]的影响相应减小,导致运行时间大大增加。为解决该问题,亚网格技术^[24]和弱条件稳定 FDTD^[5-6]等技术相继提出。亚网格技术采用精细网格剖分细缝结构,粗网格剖分其他区域。粗细网格区域空间步长和时间步长的不同,使得空间及时间上的插值计算成为必然,这不仅导致算法复杂且粗细网格界面上的数值反射易导致后期不稳定^[4]。弱条件稳定FDTD如HIE-FDTD^[5]和ADI-FDTD^[6]等方法也采用亚网格剖分细缝结构而

基金项目:国家自然科学基金项目(61877041)

^{*} 收稿日期:2019-01-30; 修订日期:2019-03-20

作者简介:李俊辛(1992一),男,硕士,主要从事电磁场数值计算方面的研究; and y_ruohan@outlook. com。

通信作者:闫丽萍(1972—),女,教授,主要从事电磁兼容建模分析与电磁效应评估方面的研究;liping_yan@scu. edu. cn。

其余部分保留粗网格,但时间步长的选取可不受 CFL 稳定性条件限制,因而只需在空间上进行插值计算。然 而该类方法同样具有后期不稳定问题^[5]或仅适用于单一方向上的精细结构问题^[6]。

细缝算法(TSF)^[7-8]、环路法(CP)^[9-10]等全局粗网格技术也为 FDTD 中处理细缝问题提供了有效途径。 TSF 方法在全局使用粗网格的基础上,采用等效电磁特性参数修正来处理含细缝的网格,而这些等效电磁参数计算取决于细缝附近的场分布。因此对于复杂三维金属细缝结构,很难获得其等效电磁参数表达式,导致 TSF 算法局限于解决单一方向的精细结构如平面细缝问题。而环路法(CP)在整体采用粗网格剖分的基础上, 仅对包含细缝的网格采用基于 Maxwell 积分方程的场量更新公式进行处理,在保证计算精度的同时,大大减 少了系统资源的消耗和程序运行时间。目前 CP-FDTD 已在工程细缝计算中获得了一定应用,且已证明计算 效率大大提升^[10],然而必须依赖于并行计算技术才能真正应用于含细缝结构的复杂大系统(如飞机、汽车等) 的 FDTD 计算中^[11]。因此,研究并行化的 CP-FDTD 技术具有重要工程意义。

本文主要研究了基于大规模并行自适应网格支撑平台(JASMIN)的 CP-FDTD 建模计算,该软件平台框架是由北京应用物理与计算数学研究所研制的可支撑物理建模、数值方法和高性能算法的计算平台^[12-14]。在该平台上如何对金属细缝结构进行自动建模并实现 CP 算法对不同类型细缝的自动适配,以便自动进行并行计算,是本文主要研究目的。通过对不同细缝结构进行分类,并对包含细缝的网格初始化处理,推导含不同形状细缝网格的 CP 算法场量更新公式,实现了适用于 CP-FDTD 计算的细缝结构自动建模。在此基础上,利用分层架构将计算任务分配到各子计算空间实现了基于 JASMIN 的 CP-FDTD 并行计算。最后通过含工程细缝的算例验证了本文所提方法的正确性和高效性。

1 基于 JASMIN 平台的 CP-FDTD 建模

1.1 CP-FDTD 算法简介

基于环路法的 CP-FDTD 从 Maxwell 积分方程出发,建立相应的场值迭代公式,这里以磁场为例进行说明。法拉第电磁感应定律可表示为

$$\frac{\partial}{\partial t} \iint_{S} \boldsymbol{H} \cdot d\boldsymbol{S} = -\frac{1}{\mu} \oint_{C} \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{l}$$
⁽¹⁾

对一个包含宽度为 w 的金属细缝的 Yee 网格(图 1(a)),其沿各坐标方向的空间步长分别为 Δx , Δy , Δz 。将式 (1)中的电磁感应定律,应用于图 1(b)中细缝区域的积分路径 C。考虑到沿金属细缝边界的 E_x 分量为零,只有 E_z 分量存在,因此可得 H_y 分量的更新公式为

$$H_{y}^{n+\frac{1}{2}}(i,j,k) = H_{y}^{n-\frac{1}{2}}(i,j,k) + \frac{\Delta t}{\Delta S\mu} \left[E_{z}^{n}(i+1,j,k)w - E_{z}^{n}(i,j,k)w \right]$$
(2)

式中: $\Delta S = \Delta x \times w$ 为细缝区域所围面积, Δt 为时间步长; μ 为细缝处的磁导率。当 $w = \Delta z$ 时,式(2)与传统 FDTD 的更新方程保持一致。由此可见,在解决细缝问题时,CP 算法允许细缝宽度小于 Yee 氏网格宽度,因此无需使用亚网格技术,避免由此而带来的插值计算和相应后期不稳定问题,同时提升整体计算效率。





1.2 细缝自动建模技术

基于 JASMIN 平台的 CP-FDTD 计算的关键是金属细缝自动建模及 CP 算法的自动适配,以方便具体物 理细缝能够在 CP-FDTD 算法中进行自动识别和适配,并确保每个含细缝网格上相应的场量可以采用恰当的 CP 算法进行更新。而对于不含细缝结构的网格,其场量更新公式与传统 FDTD 相同。

实际工程结构中的金属细缝可为任意形状,对于沿电磁波传播方向弯折的细缝可采用等效模型进行处理, 详见我们前期工作^[10],因此这里只讨论平面细缝的自动建模。考虑到在一个平面上常用的工程细缝都可以看 作沿不同方向长直细缝和弯折部分的组合,因此在 CP-FDTD 算法中只需考虑直细缝和弯折细缝即可,这里以 图 2 给出的环形缝模型为例进行阐述。

如图 2 所示,一个环形缝可分解为沿 x 和 z 方向的长 直缝及四种弯折缝,其对应的含细缝网格类型共有六种,如 图 3 所示。如果弯折区域为弧形缝,则相应地添加弧形缝 网格类型。通过分类,含各种不同形状细缝的网格被提前 标记并记录在数组中,从而可以在 CP-FDTD 计算中调用 恰当的 CP 算法子程序进行场量更新。以 type3 类型网格 为例,其在各个面上的积分路径如图 4 所示。

Fig. 3 Cells with thin slots in different shape





Fig. 4 Contour path of thin slot in type3 cell on each plane 图 4 type3 类型网格在各个面上的积分路径

考虑到金属板上切向电场分量为零这一特性,对于前视图 4(b)中的 H,分量应用 CP 法有

$$H_{y}^{n+\frac{1}{2}}(i,j,k) = H_{y}^{n-\frac{1}{2}}(i,j,k) + \frac{\Delta t}{\mu \Delta S} \left[E_{x}^{n}(i,j,k)w + E_{z}^{n}(i+1,j,k)w \right]$$
(3)

该细缝侧面的磁场分量也需要使用 CP 法进行更新。在图 4(c)所示的侧视图中,细缝沿 y 方向(缝深)的 H_x 分量更新公式为

$$H_{x}^{n+\frac{1}{2}}(i+1,j,k) = H_{x}^{n-\frac{1}{2}}(i+1,j,k) + \frac{\Delta t}{\mu \Delta y} \left[E_{z}^{n}(i+1,j,k) - E_{z}^{n}(i+1,j+1,k) \right]$$
(4)

注意如果实际算例中细缝在缝深方向所占网格不止一个,皆按式(4)更新即可。与该细缝相邻的两个网格,即 缝前(*i*+1,*j*-1,*k*)和缝后(*i*+1,*j*+1,*k*),相应的 *H_x* 分量也需采用 CP 算法进行处理。

$$H_{x}^{n+\frac{1}{2}}(i+1,j-1,k) = H_{x}^{n-\frac{1}{2}}(i+1,j-1,k) + \frac{\Delta t}{\mu \Delta y \Delta z} \left[E_{y}^{n}(i+1,j-1,k+1) \Delta y - E_{y}^{n}(i+1,j-1,k) \Delta y + E_{z}^{n}(i+1,j-1,k) \Delta z - E_{z}^{n}(i+1,j,k) w \right]$$
(5)

$$H_{x}^{n+\frac{1}{2}}(i+1,j+1,k) = H_{x}^{n-\frac{1}{2}}(i+1,j+1,k) + \frac{\Delta t}{\mu \Delta y \Delta z} \begin{bmatrix} E_{y}^{n}(i+1,j+1,k+1)\Delta y - E_{y}^{n}(i+1,j+1,k)\Delta y + E_{z}^{n}(i+1,j+1,k)w - E_{z}^{n}(i+1,j+2,k)\Delta z \end{bmatrix}$$
(6)

对于底视图 4(d) 中含细缝和与细缝相邻网格磁场分量的处理与此类似。在此基础上,所有电场分量的更 新公式与传统 FDTD 保持不变,则 type3 类型网格的 CP 算法结束。

1.3 CP-FDTD 的并行化

为实现 CP-FDTD 的并行化,需要将计算任务有效分配到各子计算空间,并建立影像区来保持子计算区域间的数据同步。采用由北京应用物理与计算数学研究所研制的并行自适应结构网格应用支撑软件(JASMIN)框架,在其基础上构建 CP-FDTD 并行算法。

为将计算任务有效并行化并实现 CP 算法的自动适配,本文在处理模型时主要将数据处理为三层,分别为 user layer,grid layer 和 patch layer,如图 5 所示。user layer 是用户导入宏观物理模型的接口,用户可以通过 该接口方便地直接导入任意带有复杂工程金属细缝的模型。grid layer 则将这些工程细缝物理模型映射到 FDTD 算法的网格空间,例如图 2 中包含环形缝的网格剖分即为第二层数据。在该层完成网格的分类和标定, 如非金属网格、金属网格以及含细缝网格,对含细缝的网格进一步区分长直细缝网格、弯折细缝网格以及弯折 类型等,这些标定数据存放到数组中以便程序调用。在 grid layer 初始化基础上,将 grid layer 的数据进一步 分配到 patch layer,即各子计算空间,利用多个子 patch 实现并行计算。根据 grid layer 提前标定的各网格类 型,再经过向子 patch 计算空间的映射,便可在 patch layer 适配相应的 CP 法更新公式。例如图 6 中 patch 1 计算空间中包含有 type1,type2,type3 三种带细缝网格,CP-FDTD 程序识别后将自动调用相应的 CP 算法子 程序进行场量更新。



在并行 FDTD 计算过程中,当运算至子计算空间(patch)边界区域时需要用到相邻 patch 的场量数据。为 了方便数据通信,将计算区域向外延拓一层网格建立影像区(ghost),把相邻 patch 边界计算所需的场量数据 存放至影像区,例如图 6 中 patch 1 和 patch 3 需交换的数据,然后进行更新计算,待所有 patch 全部完成后再 将边界区域的数据更新至影像区,以此实现并行计算中相邻子空间的数据通信。

2 CP-FDTD 并行化算法在 SE 评估中的应用

为验证本文所提方法的有效性,分别采用 CP-FDTD 与 fine-FDTD 计算开有实际工程细缝的金属腔模型(见图 7)的电 磁屏蔽效能(SE)并进行对比。图中金属腔外尺寸为 300 mm× 120 mm×300 mm,腔壁厚度为5 mm。计算中将该金属腔视为 PEC 材料,模型中细缝的最小尺寸为 2 mm。其中 fine-FDTD 的空间步长为 $\Delta y = 5$ mm, $\Delta x = \Delta z = 1$ mm, CP-FDTD 的空间 步长为 $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 5$ mm,两者的时间步长都根据 $\Delta t =$ 0.99/ $\sqrt{1/(\Delta x)^2 + 1/(\Delta y)^2 + 1/(\Delta z)^2}$ 确定,皆采用高斯脉冲进 行激励。



计算中电磁波沿+y轴方向垂直入射到该金属腔,计算了垂直和水平极化两种情况下 0.05~3.00 GHz 范围内腔体中心点的 SE,结果如图 8 所示。为了定量描述 CP-FDTD 计算结果的精度,分别使用平均绝对差 值(MAV)和曲线相关系数(ρ)对 SE 计算结果进行了评估,其定义详见文献[10],计算中采样频点 N=1000。 由图 8 可以看出,CP-FDTD 与 fine-FDTD 两种算法计算的 SE 曲线相吻合。并且垂直极化电磁波入射时,平 均绝对差值 MAV=1.199 dB、曲线相关系数 ρ =0.9872;水平极化时,MAV=1.753 dB, ρ =0.9901,无论幅值 还是曲线变化趋势都证明两种算法得到的 SE 吻合较好。





表1列出了两种极化方式下金属腔的主要谐振频点及相应模式,这些谐振模式与谐振腔理论解相吻合。由于在FDTD计算中,腔体中心点所对应的网格并不与实际中心点完全重合,导致部分模式场值并非零值,如图 8(a)中的 TE₁₀₂/TE₂₀₁,TE₃₁₂/TM₃₁₂及 TE₁₂₀/TM₁₂₀模式,图 8(b)中的 TE₀₁₂,TE₂₁₄/TM₂₁₄/TE₄₁₂/TM₄₁₂模式等。除了腔体产生的谐振,图 8(a)和(b)中 SE 结果还呈现出孔缝谐振效应。如 148 mm×88 mm 和 38 mm×28 mm 环形缝分别在 0.64 GHz 和 2.53 GHz 处产生谐振,50 mm×2 mm 水平细缝在 3.00 GHz 处产生谐振,而该谐振在图 8(b)水平极化情况下并未发生,与电磁波孔缝耦合理论相吻合。此外,相比于垂直极化波,水平极化情况下腔体 SE 在低于 1.50 GHz 时明显增加。

表 1 不同极化方式下金属腔内主要谐振频点和相应模式

Table 1	Main resonant	frequency	points and	modes of	the metal	enclosure	with	different	polarization
---------	---------------	-----------	------------	----------	-----------	-----------	------	-----------	--------------

vertical polarization	frequency/GHz resonant mode	0.77 TE ₁₀₁	1.17 TE ₁₀₂ /TE ₂₀₁	1.64 TE ₁₀₃ /TE ₃₀₁	2.20 TE ₃₀₃	2.31 TE ₃₁₂ /TM ₃₁₂	2.64 TE ₁₀₅ /TE ₅₀₁	2.75 TE ₁₂₀ /TM ₁₂₀
horizontal	frequency/GHz	1.46	1.70	1.78	2.07	2.30	2.69	2.92
polarization	resonant mode	TE_{011}	TE_{012}	TE_{211}/TM_{211}	TE_{013}	TE_{213}/TM_{213}	$\frac{TE_{214}/TM_{214}}{/TE_{412}/TM_{412}}$	TE_{015}

为了进一步验证任意入射角度和极化情况下所提方法的有效性,采用入射方向为 $\theta=45^{\circ}, \varphi=-45^{\circ}, W$ 化方向为 $\alpha=45^{\circ}$ 的平面波斜入射到含不同侧面细缝的金属腔。细缝最小尺寸为1 mm,详细模型见图 9。计算中fine-FDTD 的空间步长为 $\Delta y=0.5 \text{ mm}, \Delta x=\Delta z=5 \text{ mm}, CP-FDTD$ 的空间步长为 $\Delta x=\Delta y=\Delta z=5 \text{ mm}, T$ 他计算模型参数同上。

图 10 给出了计算腔体中心点 SE 计算结果的对比,可以看出在斜入射条件下,CP-FDTD 与 fine-FDTD 的 SE 计算结果也吻合较好,其平均绝对差值 MAV=1.948 dB、曲线相关系数 ρ=0.9940。由于腔体尺寸未发生 变化,因此腔体谐振点基本不变,而 60 mm×2 mm 竖直细缝和 70 mm×1 mm 的水平细缝分别在 2.49 GHz 和 2.13 GHz 处产生谐振效应。此外,对比图 8 和图 10 的计算结果可以看出,尽管这两种情况下的细缝结构、 平面波入射角度和极化方式均不同,但当入射波频率高于 2.00 GHz 时,金属腔中心点 SE 差别不大,在非谐振 点处基本维持在 20 dB 左右。这是由于高频时金属腔中可存在的谐振模式明显增加,当多种细缝结构存在时, 不同极化方式的电磁波均可通过相应细缝耦合进入金属腔,激励起不同谐振模式,造成电磁屏蔽效能下降。



3 计算效率评估

CP-FDTD 算法的优点在于无需任何精细剖分而带来计算空间的缩减以及计算时间的大幅降低。本文采用基于 Fedora 20 的 JASMIN 计算平台,在拥有 Intel Xeon E5-2695 v4 CPU(18 核)和 32GB 内存的工作站上进行了并行 fine-FDTD 与 CP-FDTD 计算成本的对比,结果见表 2。CP-FDTD 所占用的网格数不足 fine-FDTD 的 14.8%,而计算效率提升超过 10 倍,说明基于 JASMIN 平台的 CP-FDTD 建模是有效可行的。

Tuble 2	comparison of calculation	cost between the 1D1			
model	method	total cells	computation time/min		
model in Fig. 7	fine-FDTD	5.44 $\times 10^{6}$	836.50		
model in Fig. /	CP-FDTD	0.64×10^{6}	77.94		
madel in Fig. 0	fine-FDTD	4.35×10^{6}	784.84		
model in Fig. 9	CP-FDTD	0.64 $\times 10^{6}$	72.11		

表 2 Fine-FDTD 与 CP-FDTD 的计算成本对比 able 2 Comparison of calculation cost between fine-FDTD and CP-FDTD

为分析 CP-FDTD 的并行计算性能,图 11 给出了 不同 CPU 内核数下 CP-FDTD 程序的加速比,即多核 并行运行时间与单核串行运行时间的比值。当参与运 算的 CPU 内核数不同时,用于计算的子空间数不同, 相应地用于子计算空间数据通信的时间相应发生变 化。因此从图 11 可以看出,CP-FDTD 并行计算的加 速比并不随 CPU 内核数增加而线性增长。在本文所 用平台上,图 7 和图 9 的两个算例保持良好稳定性,符 合所提建模方法的理论预期。由于 JASMIN 平台可 支持数千上万个核心数同时运行,如使用更多核的计 算集群,可进一步缩减本文所述方法的运行时间。



图 11 CP-FDTD 并行程序加速比与运算核心数的关系

4 结 论

本文为了将 CP-FDTD 算法集成到大规模并行自适应网格支撑平台(JASMIN),提出了复杂工程金属细缝的自动化建模及 CP 算法的自动适配技术,实现了基于 JASMIN 平台的 CP-FDTD 并行化计算。利用开有

实际工程细缝的金属腔,对比了传统加密网格 fine-FDTD 与 CP-FDTD 在 0.05~3.00 GHz 范围内 SE 的计算 结果,验证了本文所提方法的正确性与高效性。本文所提的细缝自动建模技术综合考虑了不同类型缝同时出现、多条缝分散在各个金属腔壁,以及实际复杂工程细缝结构的多次弯折等情况,具有较高普适性和工程实用 价值。

参考文献:

- [1] 葛德彪, 闫玉波. 电磁波时域有限差分方法[M]. 3版. 西安:西安电子科技大学出版社, 2011. (Ge Debiao, Yan Yubo. Finite-difference time-domain method for electromagnetic waves. 3rd ed. Xi'an: Xidian University Press, 2011)
- [2] Kuo C W, Kuo C M. Finite-difference time-domain analysis of the shielding effectiveness of metallic enclosures with apertures using a novel subgridding algorithm[J]. IEEE Trans Electromagnetic Compatibility, 2016: 1-7.
- [3] Bérenger J P. The Huygens subgridding for the numerical solution of the Maxwell equations[J]. Journal of Computational Physics, 2011, 230(14): 5635-5659.
- [4] Huang Z. A synchronized multigrid time domain method via Huygens subgridding and implicit algorithms[J]. IEEE Trans Antennas & Propagation, 2013, 61(5): 2605-2614.
- [5] Wang Jianbao, Wang Jinlong, Zhou Bihua, et al. An efficient 3-D HIE-FDTD method with weaker stability condition[J]. IEEE Trans Antennas & Propagation, 2016, 64(3): 998-1004.
- [6] Movahhedi M, Abdipour A, Nentchev A, et al. Alternating-direction implicit formulation of the finite-element time-domain method[J]. IEEE Trans Microwave Theory and Techniques, 2007, 55(6): 1322-1331.
- [7] Xiong Run, Chen Bin, Yin Qin, et al. Improved formalism for the FDTD analysis of thin-slot penetration by equivalence principle[J]. IEEE Antennas & Wireless Propagation Letters, 2011, 10(10): 655-657.
- [8] Wu C T, Pang Y H, Wu R B. An improved formalism for FDTD analysis of thin-slot problems by conformal mapping technique[J]. IEEE Trans Antennas and Propagation, 2003, 51(9): 2530-2533.
- [9] 孙大伟, 俞集辉. 屏蔽分析中的三维 FDTD 细孔缝模型[J]. 电工技术学报, 2006, 21(10): 7-11. (Sun Dawei, Yu Jihui, A 3D thin slot model by FDTD for shielding analysis, Transactions of China Electrotechnical Society, 2006, 21(10): 7-11)
- [10] 方明江,刘强,闫丽萍,等. 含三维复杂工程细缝金属腔的电磁屏蔽效能评估[J]. 强激光与粒子束, 2018, 30: 073201. (Fang Mingjiang, Liu Qiang, Yan Liping, et al. Evaluation of electromagnetic shielding effectiveness for metallic enclosure with complex thin slots. High Power Laser and Particle Beams, 2018, 30: 073201)
- [11] Li Hanyu, Zhou Haijing, Liu Yang, et al. Massively parallel FDTD program JEMS-FDTD and its applications in platform coupling simulation[C]//IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility. 2014.
- [12] Cao Xiaolin, Zhang Aiqing, Liu Qingkai. Software quality assurance for the development of JASMIN infrastructure[C]//IEEE International Conference on Software Engineering & Applications. 2015.
- [13] 莫则尧,张爱清.并行自适应结构网格应用支撑软件框架(JASMIN2.0版)用户指南[G]. 2011. (Mo Zeyao, Zhang Aiqing. User guide of J parallel adaptive structured mesh applications infrastructure(JASMIN 2.0). 2011)
- [14] 张青洪,廖成,李瀚宇,等. 基于 JASMIN 框架的抛物方程有限差分解法并行计算及其应用[J]. 强激光与粒子束, 2015, 27: 083204.
 (Zhang Qinghong, Liao Cheng, Li Hanyu, et al. Parallel computing of finite difference algorithm for parabolic equation based on JASMIN and its application. High Power Laser and Particle Beams, 2015, 27: 083204)