

参考附件:

圆柱形等离子体对微波散射的数值模拟与实验研究*

赵日康^{1,2}, 张紫浩², 张林¹, 王桂槟¹, 欧阳吉庭¹

(1. 北京理工大学 物理学院, 北京 100081; 2. 中国电子科技集团公司 第五十三研究所, 天津 300308)

摘要: 模拟和实验研究了非均匀圆柱形等离子体及阵列对微波的散射作用。利用有限时域差分(FDTD)方法仿真得到了等离子体柱的密度、碰撞频率对微波传播系数的影响, 并利用低气压放电产生的等离子体柱对微波的吸收和散射作用进行了验证。结果表明, 电子密度中心高、周围低的非均匀等离子体柱可将微波散射至两个侧向; 等离子体频率越大, 散射的微波功率越强; 增加碰撞频率使等离子体柱的微波散射功率减小、吸收增大。等离子体必须具有合适的密度, 才能对微波反射产生较大影响。

关键词: 等离子体; 微波; 散射特性; 等离子体参数

中图分类号: O53

文献标志码: A

DOI: 11.1184.HPLPBxxxxxx.xxxx

Microwave scattering by inhomogeneous plasma column

Zhao Rikang^{1,2}, Zhang Zihao², Zhang Lin¹, Wang Guibin¹, Ouyang Jiting¹

(1. School of Physics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China; 2. The 53th Research Institute of China Electronics Technology Group Corporation, Tianjin 300308, China)

Abstract: The scattering features of microwave(MW) by inhomogeneous plasma column have been studied numerically by the Finite-difference-time-domain(FDTD) method and experimentally. The effects of the plasma frequency and electron collision rate on MW's reflectance, transmittance and absorptance are tested. The results show the plasma column with plasma density of non-uniform distribution can make the scattering wave shifting away from 0 to a side-angled direction. The electron density and the collision rate play an important role in the reduction of the wave reflection. The plasma density should be appreciate, even if being lower than the critical value corresponding to the MW. So that the MW can reduce greatly in reflectance due to the strong scattering or absorption.

Key words: plasma; micro-wave; scattering feature; plasma parameter

等离子体对电磁波的散射一直是近几十年来的研究热点, 在诸多领域有广泛应用, 特别是电磁隐身、电磁防护和再入体问题等^[1-7]。等离子体与电磁波相互作用过程中呈现出一种与普通介质和金属不同的性质, 一般是具有复介电常数的色散介质。虽然, 层状的平面等离子体经常被用于等离子体与电磁波的作用研究, 但实际放电产生的等离子体一般不是平面等离子体, 而是根据实验配置形成的不同形态的等离子体。其中圆柱形等离子体在实验室的条件下比较容易获得, 其柱对称性也使得对它的分析与研究相对容易。具有良好的边界条件下的柱状等离子体与微波的相互作用可能出现一系列新的现象。由于等离子体柱的密度和分布可以控制和改变, 因此常用于等离子体与电磁波的研究中。从 1993 年起, Laroussi 团队^[8]计算了均匀等离子体圆柱对电磁波的散射作用, Helaly^[9]使用散射矩阵法和等效阻抗法计算了非均匀圆柱对电磁波的散射作用, 认为后者的计算方法效率更高。近年来, 国内如刘少斌团队使用 FDTD 方法研究被时变等离子体覆盖的导体圆柱对电磁波的散射认为可以有效的减小雷达散射截面^[10-11]。国内中国空间中心的徐跃民等^[12-13]在这方面也做了很好的工作, 特别是利用适当密度的等离子体柱天线进行电磁波的发射和接收。时家明等人^[14-15]研究了特高频(UHF)平面电磁波被多个等离子体柱散射后的性质, 认为按一定规则排列的等离子体柱可以作为天线阵列。本文将从数值仿真与实验两个方面, 对电磁波在非均匀的等离子体柱内的传播和散射特性进行了研究。

*收稿日期: 2020-01-13; 修订日期: 2020-02-21

基金项目: 光电信息控制和安全技术重点实验室基金项目

作者简介: 赵日康(1992—), 男, 硕士, 从事等离子体与电磁波相互作用研究; 406793871@qq.com。

通信作者: 欧阳吉庭(1966—), 男, 博士, 专业为等离子体物理, 研究方向为气体放电理论与应用; jitouyang@bit.edu.cn。

1 模拟方法

本文模拟采用的是有限时域差分(FDTD)^[16-17]方法。这是一种广泛应用于电磁场仿真领域的数值计算方法,是由美国加州大学的K. S. Yee^[18]通过给出了含时Maxwell方程组的差分形式,并利用时间-空间交替抽样的方式对电磁场的 E , H 分量进行了离散化,然后用迭代的方法计算了电磁波的传播和散射等问题的一种方法。等离子体介质化模型采用一种常见的Lorentz-Drude模型^[19],当电磁波入射到介质内时,由电子散射的次波互相叠加形成在介质内传播的电磁波,而宏观电磁现象取决于极化强度 P 和磁化强度 M 对入射波场强和频率的依赖关系^[20-21]。讨论非铁磁物质,介质中电子数密度为 N ,电子的电荷量为 e ,电子质量为 m_e ,设介质固有频率为 ω_0 ,入射电磁波为 $E = E_0 e^{-i\omega t}$,其中 E_0 为电场的振幅, ω 为远场频率。

在外电场作用下,介质的电极化强度

$$P = \frac{Ne^2}{m_e} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\gamma} E \quad (1)$$

介质的介电常数为

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \frac{Ne^2}{m_e} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\gamma} \quad (2)$$

相对介电常数的实部 ε_r' 和虚部 ε_r'' 分别为

$$\begin{aligned} \varepsilon_r' &= 1 + \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m_e} \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2 \gamma^2} \\ \varepsilon_r'' &= \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m_e} \frac{\omega\gamma}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2 \gamma^2} \end{aligned} \quad (3)$$

实部 ε_r' 对 ω 的依赖关系为色散,虚部 ε_r'' 引起电磁波的吸收^[22]。分析可知,当 $\omega \gg \gamma$ 时,主要表现为对入射波的散射,当碰撞频率 γ 与 ω 为同数量级时,碰撞频率将主要影响对电磁波的吸收作用。虽然该理论具有一定的局限性,但却有很大的应用价值。

在此基础上,加入若干项高阶修正项的等离子体相对介电常数为

$$\varepsilon_r = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + i\gamma\omega} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \gamma^2} + i \frac{\gamma}{\omega} \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \gamma^2} \quad (4)$$

即所谓简化模型 Drude 模型。可知,等离子体的相对介电常数 ε_r 与外场频率 ω 、自身等离子体频率

$\omega_p = \sqrt{e^2 n_e / \varepsilon_0 m_e}$ 以及内部的电子碰撞频率 γ 都有关(n_e 为等离子体密度),具有很强的色散性质。

(5)

2 数值模拟与计算

2.1 非均匀等离子体圆柱

我们首先通过FDTD-solutions仿真软件进行对圆柱形等离子体的建模,计算区域边缘的边界条件选取完全匹配层(PML)^[23-24],进入其内部的透射波将迅速衰减,入射波源区域强度均匀,为单一的10 GHz,选取波源模式为平面波,波源宽度为10 cm,等离子体圆柱中心的相距45 cm。等离子体柱的半径为5 cm。入射微波的位置设定为180°,则对称的位置设定为0°。

由于等离子体特征频率由等离子体电子密度决定,密度分布也就决定了等离子体的电磁特性。设沿圆柱半径方向等离子体是抛物线型分布的,柱中心的密度最大,由式(2)可知对应频率最大为 f_p ;柱边缘的密度设

为0。设定参数: $f_p=8$ GHz,入射微波频率 $f=12$ GHz,碰撞频率 $\gamma=2\pi$ GHz,计算区域为90 cm×90 cm,如图

1所示。

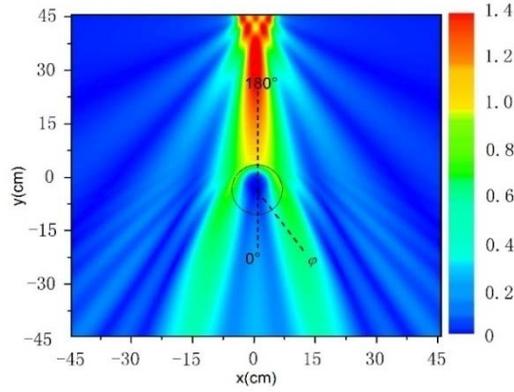


Fig.1 2D distribution of E^2 around plasma column radiated by 10 GHz MW

图1 非均匀等离子体柱周围的 E^2 二维分布

从图1中可以看出，微波明显地被非均匀等离子体柱散射到两个对称的方向。若将入射波强度设定为1，则散射至两侧的散射波 $|E|^2$ 强度约为0.6~0.7。被反射回的电磁波与入射波相互干涉形成如图的二维分布图，使得入射区域强度大于1。

因为碰撞频率主要影响等离子体对电磁波的吸收作用，并不影响电磁波的折射。所以，在讨论折射时可以不考虑碰撞频率，此时式(4)可简化为

$$\epsilon_p \approx 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} = 1 - \frac{n_e e^2}{\epsilon_0 m_e \omega^2} \quad (5)$$

即等离子体内电子密度与该处相对介电常数呈负相关，等离子体频率从中心到边缘呈线性递减，相对介电常数是逐渐增加。非均匀等离子体柱可以被视为一系列同心圆柱壳的组合，每一个壳层都有其自己的电子密度。根据相对介电常数和折射率的关系公式 $n = (\epsilon_p)^{1/2}$ 及折射定律 $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$ (n_1 和 n_2 分别表示不同壳层的折射率， θ_1 与 θ_2 分别表示入射角和反射角)，微波传输轨迹将会逐渐从中心向边缘偏离，导致在总体上表现为微波在非均匀等离子体柱中传播方向的偏转。

给定碰撞频率为 $\gamma = 2\pi$ GHz，在不同等离子体频率 f_p 下，计算得到不同接收角度 φ 上的10 GHz微波散射功率分布如图2所示。

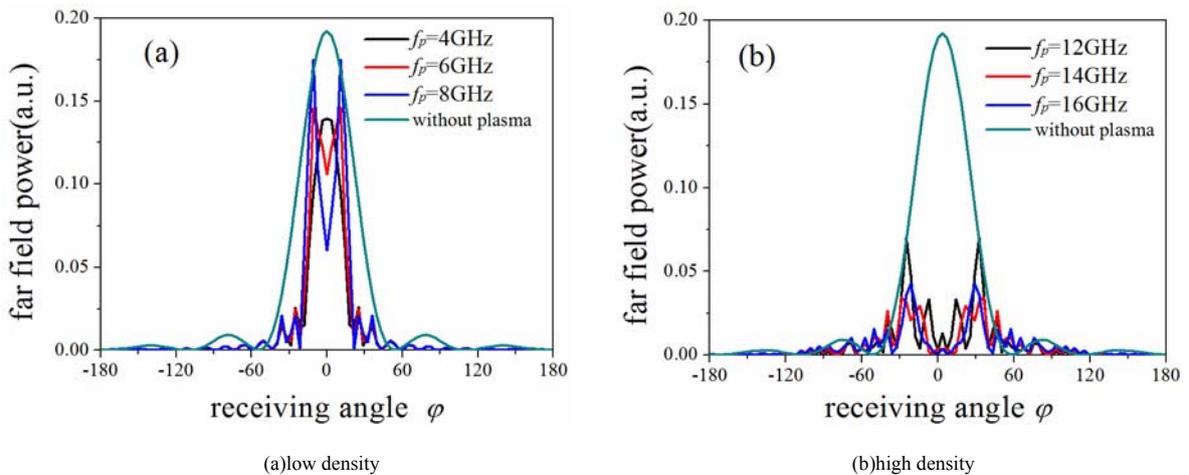


Fig.2 Angular distribution of far-field power surrounding inhomogeneous plasma column at different plasma frequency

图2 低密度和高密度等离子体柱的散射功率分布

从图2中可以得到: (a)对于低密度等离子体柱(频率 $f_p < 10\text{GHz}$), 在对称的接收角度 $\varphi = 0^\circ \sim \pm 30^\circ$ 上有一对明显的微波散射峰, 这实际上是微波偏转后的轨迹。微波散射功率的峰值随等离子体频率增大。但如果等离子体中心频率很小(低于4 GHz), 微波几乎完全透射非均匀等离子体柱对微波的散射作用将可忽略。(b)对于高密度等离子体柱(频率 $f_p > 10\text{GHz}$), 微波的散射峰很小, 而且随等离子体频率的增加而进一步减小, 但是散射角 φ 没有明显的依赖关系。这是由于高密度等离子体对微波的反射所致, 此时的等离子体非常类似于平面等离子体。

可见, 在 $f_p < f$ 的低密度非均匀等离子体柱上, 微波的侧向散射比较强, 而且可以通过改变等离子体频率(密度)来调节散射波方向和功率。但对于 $f_p > f$ 的高密度非均匀等离子体柱, 微波散射整体比较小, 散射方向也基本不随等离子体频率变化。如果要想实现微波在等离子体柱面的散射, 等离子体密度应不超过微波频率所对应的临界密度。

当等离子体频率(密度)给定时, 碰撞频率对微波的散射也会有一定影响, 如图3所示, 其中等离子体频率分别为 $f_p = 8\text{GHz}$ (低密度柱)和 16GHz (高密度柱)。

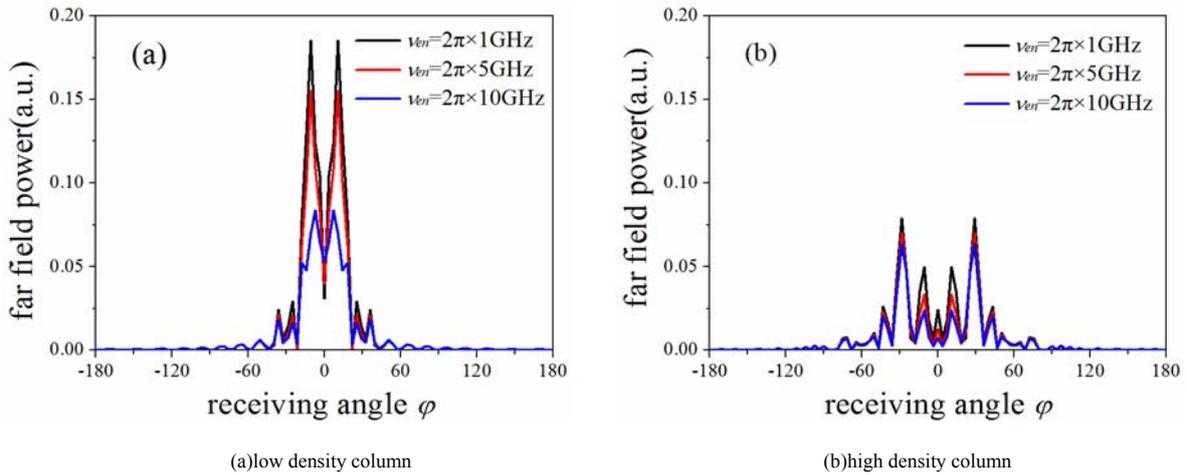


Fig.3 Angular distribution of far field power surrounding inhomogeneous plasma column

图3 不同碰撞频率时的散射功率分布

从图3中可以看出: (a)对于低密度等离子体柱, 增加等离子体的碰撞频率会减小散射的微波功率峰值, 但不会改变散射微波的角度 φ 。(b)对于高密度等离子体柱, 碰撞频率增加, 被散射的微波功率峰的位置和大小都没有变化, 但是其他角度 φ 上的微波功率是减小的。

因此, 增加等离子体碰撞频率将减小微波散射功率, 但对散射波方向图影响较小。这一结论也证明了碰撞频率主要影响电磁波的吸收作用, 对散射波的折射效应影响并不大。

2.2 非均匀等离子体阵列

在等离子体单柱的基础上, 通过FDTD-solutions建模延x轴向紧密排列的非均匀等离子体柱阵列, 也可在阵列后10 cm处设置一个厚度为5 mm的金属铜板(以计算其反射系数)。如图4所示。

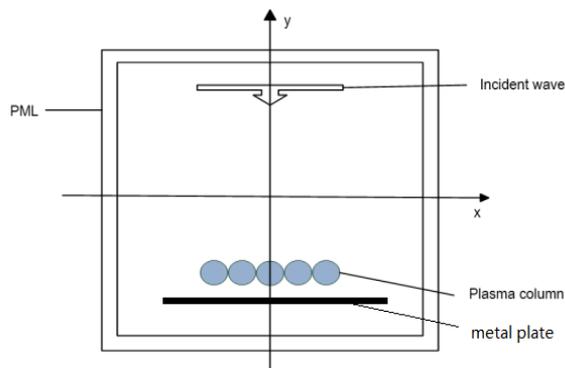


Fig.4 Schematic diagram of the simulation region for plasma-column array

图4 微波对非均匀等离子体阵列散射模型的示意图

模拟中每个单柱半径为5 cm且紧密排列,与波源相距45 cm,波源与阵列宽度相匹配。模拟参数设定为:入射微波频率 $f=8$ GHz, $\gamma=2\pi$ GHz。由于微波与等离子体相互作用时,主要表现也是微波的反射、透射(包括散射)和吸收作用,因此计算中我们将入射波电场强度设为1,模拟计算等离子体作用后的相对强弱程度,来考察微波的各传输系数(即反射率、透射率和吸收率)。

模拟阵列后方无金属板时,计算区域为 $90\text{ cm}\times 90\text{ cm}$,各项传输系数随等离子体频率(密度)的变化如图5(a)所示。模拟阵列后方有金属板时,计算区域为 $60\text{ cm}\times 60\text{ cm}$ 对于 $f=8$ GHz微波的反射率随等离子体频率(密度)的变化如图5(b)所示

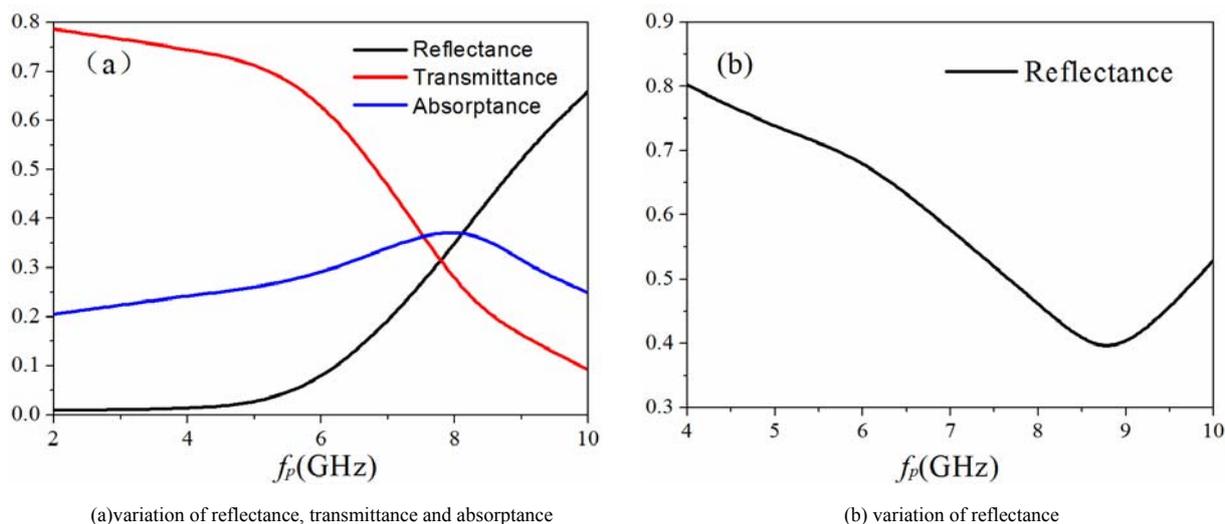


Fig.5 Reflectance, transmittance and absorptance at increasing f_p and reflectance of 8 GHz MW at increasing f_p for plasma column array

图5 传输系数随等离子体频率的变化及8 GHz微波反射率随等离子体频率的变化

可见:对于低密度阵列($f_p < 8$ GHz),给定入射波频率8 GHz($f > f_p$),主要表现为透射作用,反射率随着等离子体频率(密度)的增大而增大,透射率则随之降低。

加入金属板后,设定入射微波为 $f=8$ GHz,得到反射率随着等离子体频率(密度)的增大先减小,后增大。由于随着等离子体密度的增加,等离子体对微波的散射作用增强,反射减小。散射微波经过金属板的反射,部分再次经历等离子体的散射,返回到原位置(方向)的微波能量减小,所以微波反射率减小。还有一部分微波能量仍在金属和等离子体之间多次反射或者散射至其他方向,能量逐渐衰减为0。

3 实验验证

3.1 非均匀等离子体柱圆柱散射实验

为验证上述模拟结果,我们利用空心阴极放电产生柱状非均匀等离子体对微波进行散射特性研究,实验装置以及方向图如图6所示。

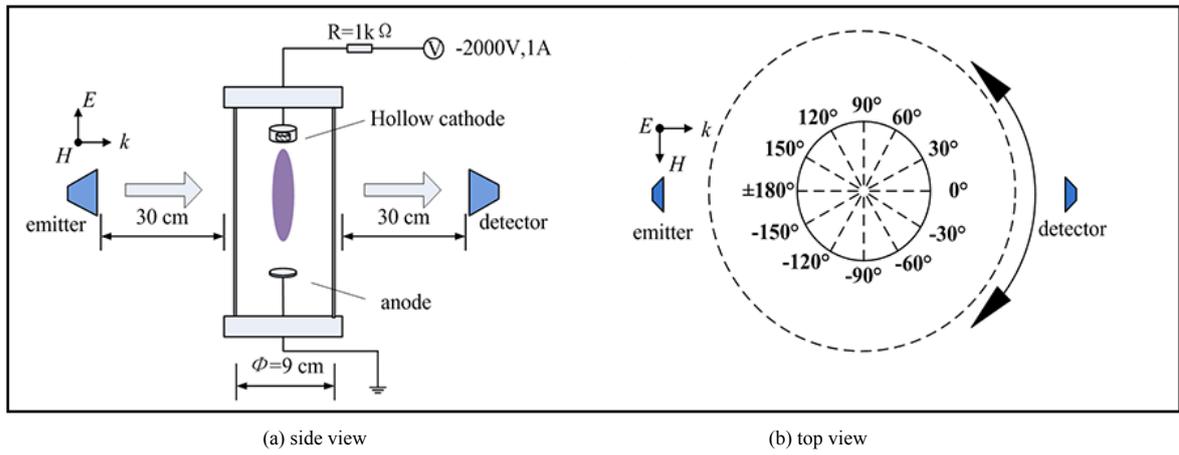


Fig.6 Schematic of experimental apparatus and measuring system for EMW scattering on plasma column

图 6 实验装置示意图及方向图

放电管内径 9 cm，工作气体为纯氩气，真空系统使用真空泵将整个放电管抽至低气压，实验中等离子体由负高压直流电源激励，电流可调。微波频率范围为 2~18 GHz，矢量网络分析仪连接的天线作为微波发射端和接收端。将未放电情况下 0°方向接收的电磁波能量设为 1，忽略周围环境其他干扰，测量不同放电电流条件下的 S_{21} 参数及相位差。

在实验中，可以利用微波的相位变化 $\Delta\psi$ 得到放电等离子体的平均密度 \bar{n}_e [23]，选取典型实验电流的结果如表1所示。电子密度大致为 $10^{10-11} \text{ cm}^{-3}$ 量级，且随放电电流增加而增加，但均低于X波段微波所需要的临界密度(约 10^{12} cm^{-3})。

表1 不同放电电流下等离子体的平均电子密度

Table 1 Electron density at different currents

I/mA	$\Delta\psi$	$\bar{n}_e / (10^{11} \text{ cm}^{-3})$
60	8°	0.67
80	12°	1.01
120	18°	1.51
150	20°	1.62
200	32°	2.58
250	38°	3.13
300	50°	4.14

实验中入射波取 $f=10 \text{ GHz}$ ，通过改变接收天线的方位角，选取 $I=120, 150, 200 \text{ mA}$ 三组电流(对应的等离子体密度大约为 $(1.51\sim 2.58)\times 10^{11} \text{ cm}^{-3}$ 属于中低等离子体密度)，测量在 $0^\circ\sim 180^\circ$ 方向上接收到的微波功率衰减(S_{21} 参数)，统一按照未放电情况下 0° 方向接收的电磁波功率归一化。得到的接收功率随放电电流的变化情况如图 7 所示。

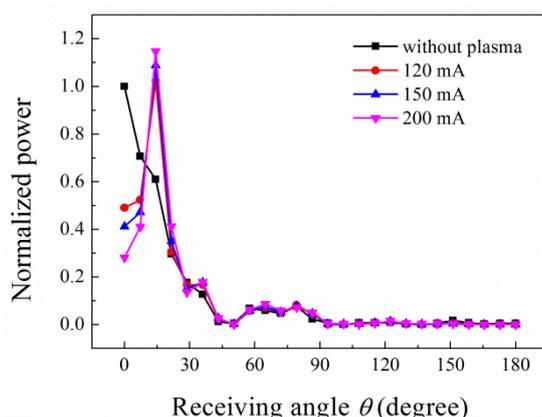


Fig.7 Scatter patterns of 10 GHz incident wave on plasma column

图 7 不同电流下圆柱形等离子体电磁波功率散射方向图

可以看出：随着放电电流(等离子体频率)的增加，散射波功率的峰值逐渐的增加，结果与模拟(如图2(a)所示)相符。等离子体存在时， 0° 方向的电磁波功率发生明显的衰减，而在 15° 方向，散射电磁波的功率则出现了明显的增强。即等离子体柱的存在使得原本出现在 0° 方向的电磁波能量分裂成了两个，偏移到了 15° 方向。对于角度大于 30° 方向，等离子体密度变化并不能影响散射波功率的分布，各条曲线几乎完全重合，表明这种偏转现象主要集中在散射角为 $\pm 30^\circ$ 的范围以内，这也与模拟吻合。

3.2 非均匀等离子体柱阵列反射实验

对于阵列散射实验，我们选取等离子体柱阵列由 5 个内径为 2.5 cm 的辉光放电管组成，宽约为 12.5 cm，管内充有 $p=200$ Pa 的氩气，放置在一块很大的光滑金属板(60 cm \times 50 cm \times 0.3 cm)前，金属板距离真空管壁为 10 cm，而天线距离真空管壁为 30 cm。矢量网络分析仪连接的天线作为微波发射端和接收端。因为实验室中测量产生的等离子体密度属于中低密度的等离子体(约 $10^{11}/\text{cm}^3$)，主要表现为透射作用与吸收作用，如果密度过低，电磁波将直接穿过等离子体，经过金属板反射回天线，反射率将不会产生太大变化；如果密度较大，将会对电磁波产生散射或者吸收作用，则电磁波经过等离子体区域和金属板的反射，最终返回天线的微波信号将产生很大程度的衰减。

我们将金属板的反射波作为背景，即无等离子体时微波的反射率设为 1，忽略周围环境其他干扰。实验中测量微波的 S_{11} 参数，即 $S_{11}=20\lg(\text{输入功率}/\text{输出功率})=20\lg(\text{反射系数})$ ，并将其归一化。

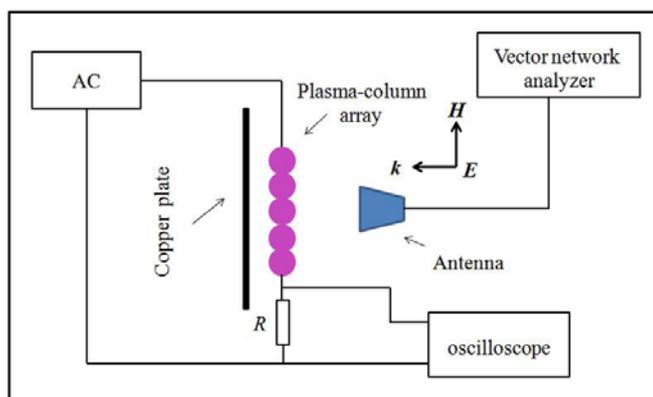


Fig.8 Schematic diagram of experiment device

图8实验与测量系统示意图

在不同入射波频率下，微波经过等离子体柱阵列后的反射率随放电电流的变化如图 9(a)所示。可以看出：对于 8~12 GHz 的微波，在放电电流 150~350 mA 范围内，微波反射率都是随放电电流的增加而减小。特别地，对于 8 GHz 微波，当电流超过 300 mA(相应的等离子体密度超过 $4\times 10^{11}/\text{cm}^3$)后，微波反射几乎为 0。根据模拟结果，微波功率将主要被等离子体柱散射或吸收。

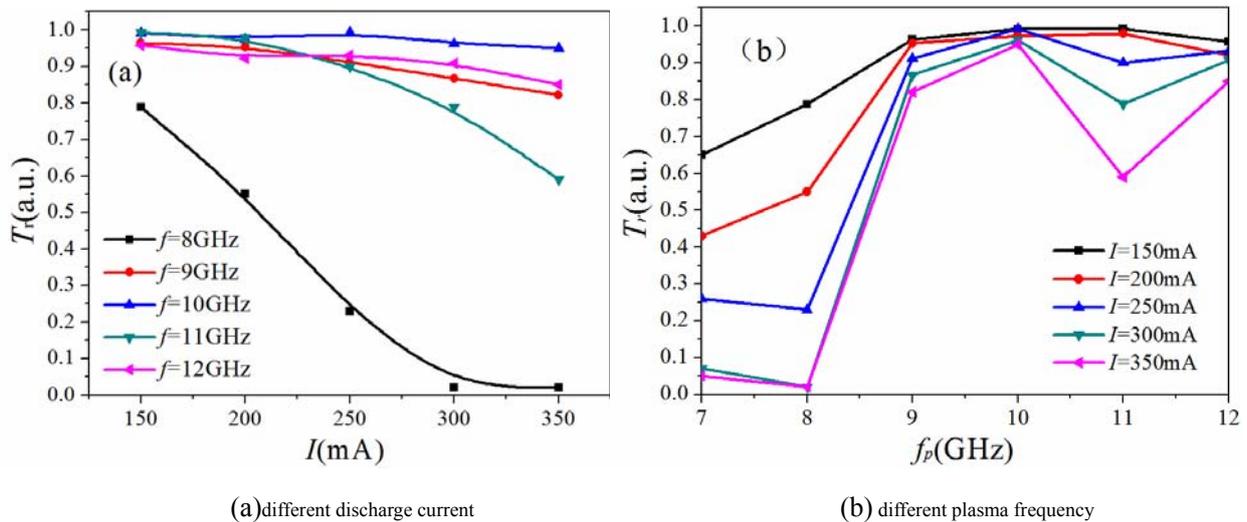


Fig.9 Microwave reflectance at different discharge current or plasma frequency

图9 不同条件下的微波反射率随放电电流及入射波频率的变化

对于低频 X 波段微波如($f=8$ GHz), 电流较大(即密度较高时)等离子体柱阵列的反射总是比较小的, 最小可达 0.01, 如图 9(b)所示。实验结果与图 5(b)趋势是相吻合的。但对于 9 GHz 以上的微波, 反射率将比较大。这是因为等离子体的密度过小, 散射效应比较弱, 大部分的微波能够直接透射穿过等离子体, 然后经过金属板返回后再次在穿过等离子体, 没有发生明显的衰减, 例如, 当 $I=150$ mA 时, 密度为 $n_e=1.6 \times 10^{11} \text{ cm}^{-3}$, 最小的微波反射率在 $f=7$ GHz。而随着放电电流的增加, 最小微波反射率的位置逐渐向频率高的方向偏移。明显的当 $I=350$ mA 时, 最小微波反射率的位置在 $f=8$ GHz 上。因此, 想要实现对微波的有限吸收或散射, 等离子体必须具有适当高的密度, 且均低于微波频率的临界密度。

4 结 论

本文通过模拟得到非均匀圆柱形等离子体单管和阵列对微波的传输系数(透射、反射和吸收率)随等离子体密度、碰撞频率的影响, 并与实验进行了对比。(1)对于电子密度中心高、周围低的非均匀等离子体单柱, 可以将微波散射致两个相对称的方向上; 通过改变等离子体频率(密度)可以改变散射波的传播方向以及相应的散射波功率; 对于高密度非均匀等离子体柱只能减小散射波功率, 实验上表现为反射率的减小; 增加等离子体碰撞频率并不会对散射波产生太大影响。(2)对于非均匀等离子体阵列, 吸收率随着等离子体频率(密度)的增大而增大, 且最大吸收峰随着等离子体频率(密度)的增大而增大, 具有选择性吸收。实验中表现反射率随吸收作用或散射作用增大而减小。(3)当等离子体密度达到一定值时, 即使低于相应特征频率的临界密度的等离子体(即低密度柱), 也可以对微波产生强烈的散射或吸收。但密度很高时, 微波仍以反射为主。

参考文献:

- [1] Jazi B, Rahmani Z, Shokri B. Reflection and absorption of electromagnetic wave propagation in an inhomogeneous dissipative magnetized plasma slab[J]. IEEE Trans Plasma Sci, 2013, 41(2): 290-295.
- [2] Yuan C X, Zhou Z X, Zhang J W, et al. Properties of propagation of electromagnetic wave in a multilayer radar-absorbing structure with plasma-and radar-absorbing material[J]. IEEE Trans Plasma Sci, 2011, 39(9): 1768-1775.
- [3] Tian Y, Han Y P, Ling Y J, et al. Propagation of terahertz electromagnetic wave in plasma with inhomogeneous collision frequency[J]. Phys Plasmas, 2014, 21: 023301.
- [4] Yang J, Liang C H. Reflection and refraction of a plane wave at the interface of double negative and double positive media[J]. Chinese Journal of Radio Science, 2005, 20(3): 321-324.
- [5] Guo B, Wang X. Power absorption of high-frequency electromagnetic waves in a partially ionized magnetized plasma[J]. Phys Plasmas, 2005, 12(8): 084506.
- [6] Guo B, Wang X, Zhang Y. FDTD Numerical Simulation of Absorption of Microwaves in an Unmagnetized Atmosphere Plasma[J]. Plasma Sci Technol, 2006, 8(5): 558.

- [7] 欧阳吉庭, 曹菁, 蔡崧,等. 等离子体微带开关特性[J]. 强激光与粒子束, 2010, 22(6):1265-1269. (Ouyang Jiting, Cao Jing, Cai Song, et al. Characteristic of plasma-based microstripswitch[J]. High Power Laser and Particle Beams, 2010, 22(6):1265-1269)
- [8] Laroussi M. Relationship between the number density and the phase shift in microwave interferometry for atmospheric pressure plasmas [J]. Int J Infrared Millimeter Waves, 1999, 20(8): 1501-1508.
- [9] Helaly A, Soliman E A, Megahed A A. Electromagnetic waves scattering by nonuniform plasma cylinder[J]. IEE Proceedings-Microwaves, Antennas and Propagation, 1997, 144(2): 61-66.
- [10] 王卫民, 张艺瀚, 贾敏,等. 等离子体覆盖金属目标的电磁散射特性[J]. 高电压技术, 2014, 40(7):2084-2089.(Wang Weimin, Zhang Yihan, Jia Min, et al. Electromagnetic scattering characteristics of plasma-covered metallic targets[J]. High Voltage Engineering, 2014, 40(7):2084-2089)
- [11] 刘少斌. 等离子体覆盖目标的电磁特性及其在隐身技术中的应用[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2004. (Liu Shaobin. Electromagnetic characteristics of target coated with plasma and their applications in stealth technology[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2004)
- [12] 赵国伟,徐跃民,陈诚.等离子体天线色散关系和辐射场数值计算[J]. 物理学报, 2007, 56(9): 5298-5303.(Zhao Guowei, Xu Yuemin, Chen Cheng. Calculation of dispersion relation and radiation pattern of plasma antenna[J]. Acta Physica Sinica, 2007, 56(9): 5298-5303)
- [13] 赵国伟,徐跃民,陈诚.柱形等离子体辐射场和阻抗的数值计算[J]. 物理学报, 2006, 55(7): 3458-3463. (Zhao Guowei, Xu Yuemin, Chen Cheng. Numerical calculation of radiation pattern and impedance of column plasma[J]. Acta Physica Sinica, 2006, 55(7): 3458-3463)
- [14] Wu X P, Shi J M, Wang J C. Multiple scattering by parallel plasma cylinders[J]. IEEE Trans Plasma Sci, 2014, 42 (1): 13-19.
- [15] Wu X P, Shi J M, Wang J C, et al. Multiple scattering of ultra-high frequency electromagnetic waves by two plasma cylinders[J]. J Appl Phys, 2012, 111: 073303.
- [16] Sullivan D M. Electromagnetic simulation using the FDTD method, Second Edition[M]. Piscataway: IEEE Press, 2013.
- [17] Taflove A, Hagness S C. Computational Electrodynamics: The finite-difference time-domain method[M]. London: Artech House, 2005.
- [18] Yee K S. Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media[J]. IEEE Trans Antennas Propag, 1966, 14 (3): 302-307.
- [19] 闫守胜. 固体物理基础[M]. 北京: 北京大学出版社, 2003: 13-18. (Yan Shousheng. Solid-state physics[M]. Beijing: Beijing University Press, 2003:13-18)
- [20] Zhang L, Ouyang J. Microwaves scattering by underdense inhomogeneous plasma column[J]. Plasma Sci Technol, 2016, 18(3):266-272.
- [21] Wang G, Zhang L, He F, Ouyang J. Numerical study on microwave scattering by various plasma objects[J]. Plasma Sci Technol, 2016, 18(8):791-797.
- [22] 郭硕鸿.电动力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2008.6: 264-270. (GuoShuohong. Electrodynamics[M]. Beijing: China Higher Education Press, 2008: 264-270)
- [23] 邱凤, 闫二艳, 孟凡宝,等. 开放空间等离子体对微波传输影响的模拟研究[J]. 强激光与粒子束, 2015, 27: 103234.(Qiu Feng,Yan Eryan, Meng Fanbao, et al. Simulation research on transmission of microwave by plasmas at open space[J]. High Power Laser and Particle Beams, 2015, 27: 103234)
- [24] Zhang L, He F, Li S, Ouyang J. Determinations of plasma density and decay time in the hollow cathode discharge by microwave transmission[J]. Chin Phys B, 2013, 22:125202.